

KVAZICHIZIQLI ISSIQLIK TARQALISH TENGLAMASI UCHUN BOSHLANG'ICH
VA DAVRIY CHEGARAVIY SHARTLI MASALA

Y.R.Mansurov

Osiyo Xalqaro universiteti 1-kurs magistri

Tel.94.535-34-70

Annotatsiya. Ushbu tezis kvazichiziqli issiqlik tarqalish tenglamasi uchun boshlang'ich va davriy chegaraviy shartli masalani tadqiq etishga bag'ishlangan. Ishda issiqlik tarqalish jarayonlarini ifodalovchi kvazichiziqli parabolik tenglamalarning matematik modeli ko'rib chiqilgan. Boshlang'ich va davriy chegaraviy shartlar ostida masalaning to'g'ri qo'yilishi, yechimlarning mavjudligi va yagonasligini isbotlashda qo'llaniladigan asosiy usullar qisqacha tahlil qilingan. Shuningdek, davriy chegaraviy shartlar ta'sirida yechimlarning barqarorligi va ayrim sifat xususiyatlari haqidagi natijalar yoritilgan. Olingan natijalar matematik fizika tenglamalari nazariyasini rivojlantirish hamda issiqlik almashinuvi jarayonlarini modellashtirishda qo'llanilishi mumkin.

Kalit so'zlar: kvazichiziqli issiqlik tarqalish tenglamasi, parabolik tenglamalar, boshlang'ich shart, davriy chegaraviy shart, yechimning mavjudligi, yechimning yagonasligi, barqarorlik, matematik modellashtirish.

Kirish. Hozirgi zamon fan va texnika taraqqiyoti matematik fizika tenglamalarini, xususan, issiqlik tarqalish jarayonlarini ifodalovchi tenglamalarni chuqur o'rganishni taqozo etmoqda. Real fizik jarayonlarning aksariyati chiziqli bo'lmagan xususiyatga ega bo'lib, ularni kvazichiziqli issiqlik tarqalish tenglamalari orqali modellashtirish yuqori aniqlikka erishish imkonini beradi. Bunday tenglamalarda koeffitsiyentlarning yechimga bog'liqligi masalani tadqiq qilishni murakkablashtiradi va yangi nazariy usullarni ishlab chiqishni talab qiladi. O'zbekiston Respublikasida olib borilayotgan keng ko'lamlislohotlar jarayonida ilm-fan, ta'lim va innovatsiya sohalarini rivojlantirish davlat siyosatining ustuvor yo'nalishlaridan biri sifatida belgilangan. Xususan, O'zbekiston Respublikasi Prezidentining mamlakatni rivojlantirishga qaratilgan strategik hujjatlarida fundamental va amaliy ilm-fanni qo'llab-quvvatlash, zamonaviy matematik usullar asosida texnik va texnologik muammolarni hal qila oladigan yuqori malakali kadrlar tayyorlash muhim vazifa sifatida belgilab qo'yilgan.

O'zbekiston Respublikasining "Ta'lim to'g'risida"gi Qonunida ham oliy ta'lim tizimi oldiga ilmiy-tadqiqot faoliyatini rivojlantirish, fan yutuqlarini amaliyot bilan uyg'unlashtirish hamda raqobatbardosh mutaxassislar tayyorlash vazifalari qo'yilgan. Bu esa matematik modellashtirish, differensial tenglamalar va matematik fizika tenglamalarini chuqur o'rganishni taqozo etadi.

Shu nuqtai nazardan, issiqlik tarqalish jarayonlarini ifodalovchi tenglamalarni tadqiq etish alohida ahamiyat kasb etadi. Energetika, qurilish, kimyo sanoati, materialshunoslik va atrof-muhit muhofazasi sohalarida yuzaga keladigan ko'plab jarayonlar issiqlik o'tkazuvchanlik bilan bog'liq bo'lib, ularni aniq matematik modellar orqali o'rganish talab etiladi. Ayniqsa, zamonaviy texnologik jarayonlarda chiziqli modellar yetarli aniqlik bermasdan, kvazichiziqli issiqlik tarqalish tenglamalari real fizik holatni yanada to'liq aks ettiradi.

O'zbekiston Respublikasida energetik samaradorlikni oshirish, resurslardan oqilona foydalanish va ekologik barqarorlikni ta'minlashga qaratilgan davlat dasturlari doirasida issiqlik almashinuvi jarayonlarini ilmiy asosda tahlil qilish muhim ahamiyatga ega. Bunda kvazichiziqli issiqlik

tarqalish tenglamalari uchun boshlang'ich va chegaraviy shartli masalalarni tadqiq etish orqali turli muhitlarda kechadigan issiqlik jarayonlarini bashorat qilish va optimallashtirish imkoniyati yuzaga keladi.

Bundan tashqari, ko'plab amaliy masalalarda tashqi ta'sirlar davriy xarakterga ega bo'lib, bunday holatlarda davriy chegaraviy shartlar tabiiy ravishda yuzaga chiqadi. Shu bois kvazichiziqli issiqlik tarqalish tenglamasi uchun boshlang'ich va davriy chegaraviy shartli masalalarni o'rganish respublika miqyosida ilmiy-tadqiqot ishlarining ustuvor yo'nalishlariga to'liq mos keladi.

Matematik fizika tenglamalari tabiat va texnikada kechadigan ko'plab jarayonlarni modellashtirishda muhim o'rin tutadi. Ular orasida issiqlik tarqalish jarayonlarini ifodalovchi tenglamalar alohida ahamiyatga ega bo'lib, energetika, materialshunoslik, qurilish, kimyo texnologiyalari va ekologik tizimlarda keng qo'llaniladi. Real fizik jarayonlarni to'liq ifodalash uchun ko'p hollarda chiziqli modellar yetarli bo'lmay, koeffitsiyentlari yechimga bog'liq bo'lgan chiziqli bo'lmagan yoki kvazichiziqli tenglamalarni o'rganish talab etiladi.

Kvazichiziqli issiqlik tarqalish tenglamalarida issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsiyentining temperaturaga bog'liqligi hisobga olinadi. Bu esa masalani nazariy jihatdan ancha murakkablashtiradi va yechimlarning mavjudligi hamda yagonasligini tadqiq etishda maxsus matematik usullarni qo'llashni talab qiladi. Shu sababli, bunday tenglamalar uchun boshlang'ich va chegaraviy shartli masalalarni o'rganish zamonaviy matematik tahlilning dolzarb yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Amaliyotda tashqi ta'sirlar ko'pincha davriy xarakterga ega bo'ladi. Masalan, muhit temperaturasi, issiqlik manbalari yoki texnologik rejimlar davriy o'zgarishi mumkin. Shu nuqtai nazardan, kvazichiziqli issiqlik tarqalish tenglamasi uchun davriy chegaraviy shartli masalalarni tadqiq etish katta ilmiy va amaliy ahamiyatga ega.

Quyidagi ko'rinishdagi kvazichiziqli issiqlik tarqalish tenglamasini qarab chiqamiz: $\frac{\partial u}{\partial t}$

$$\nabla \cdot (a(u)\nabla u) = f(x,t),$$

bu yerda $u(x,t)$ — temperatura funksiyasi, $a(u)$ — musbat va yetarlicha silliq funksiya, $f(x,t)$ esa tashqi issiqlik manbasini ifodalovchi berilgan funksiyadir.

Masala cheklangan sohada qo'yilib, quyidagi boshlang'ich shart bilan to'ldiriladi:

$$u(x,0) = u_0(x),$$

hamda davriy chegaraviy shartlar qanoatlantiriladi. Masalan, sohaning qarshi chegaralarida yechim va uning normal hosilalari uchun davriylik shartlari qabul qilinadi.

Asosiy natijalar va usullar. Kvazichiziqli issiqlik tarqalish tenglamalari uchun boshlang'ich va davriy chegaraviy shartli masalalarni tadqiq etishda funksional tahlil, energiya baholashlari va approksimatsion usullar qo'llaniladi. Yechimlarning mavjudligi, odatda, Galyorkin usuli yoki kompaktlik teoremlari asosida isbotlanadi. Yechimlarning yagonasligi energiya tengsizliklari va Lipshits tipidagi shartlar yordamida asoslanadi. Davriy chegaraviy shartlar mavjud bo'lgan holda yechimlarning barqarorligi va asimptotik xossalarini tadqiq etish imkoniyati yuzaga keladi.

Xulosa. Kvazichiziqli issiqlik tarqalish tenglamasi uchun boshlang'ich va davriy chegaraviy shartli masalani o'rganish matematik fizika tenglamalari nazariyasining muhim yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Olingan natijalar nazariy ahamiyatga ega bo'lib, amaliy masalalarni modellashtirishda qo'llanilishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. **Уравнения математической физики.** — Москва: Наука, 1977.
2. Ладыженская О.А. **Краевые задачи математической физики.** — Москва: Наука, 1973.
3. Evans L.C. **Partial Differential Equations.** — Providence: American Mathematical Society, 2010.
4. Ladyzhenskaya O.A., Solonnikov V.A., Uraltseva N.N. **Linear and Quasilinear Equations of Parabolic Type.** — Providence: AMS, 1968.
5. Friedman A. **Partial Differential Equations of Parabolic Type.** — Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1964.
6. Самарский А.А., Гулин А.В. **Численные методы математической физики.** — Москва: Наука, 1989.

